Zobrazení

Definice zobrazení:

Zobrazení f z množiny M do množiny N je předpis, který každému prvku m ∈ M (vzor) přiřazuje nejvýše jeden prvek z množiny N. Je-li prvku m ∈ M přiřazen prvek n ∈ N, nazýváme n obrazem prvku m při zobrazení f a píšeme n = f(m). Vztah mezi množinami vzorů a případných obrazů zachycujeme zápisem f: M → N.

Příklad:

Množina M je množina dvojic jednociferných přirozených čísel. Součtem těch dvou prvků nazveme zobrazení, které dvojici přiřadí přirozené číslo. Pro libovolnou dvojici existuje právě jeden součet.

Příklad:

Množina M je množina všech mužů a množina Z je množina všech žen. Je možné zavést předpis z : M → Z, který každému muži přiřadí jeho manželku (předpis funguje pouze ve státech, kde nejsou povoleny polygamní vztahy)

Definiční obor a obor hodnot:

Ne každému vzoru je přiřazen jeho obraz => zavedeme množinu všech vzorů, pro které má smysl obrazy dělat.

Definice definičního oboru:

Je-li f zobrazením množiny M do množiny N, nazveme definičním oborem zobrazení f takovou podmnožinu D(f) množiny M, že pro každé d ∈ D(f ) existuje jeho obraz f(d) ∈ N a pro ty prvky M, které nenáleží do D(f), obraz neexistuje.

Definice oboru hodnot:

Je-li f zobrazením z množiny M do množiny N, nazveme oborem hodnot zobrazení f množinu W(f) všech těch prvků množiny N, že pro každé w ∈ W(f ) existuje takový prvek m ∈ M, že f(m) = w.

Terminologie ve zvláštních případech:

Je-li definičním oborem zobrazení f: M→ N celá množina M, mluvíme o zobrazení množiny M (vynecháváme tedy předložku z) => jinými slovy každý prvek z množiny M má svůj obraz nebo M = D(f)

Je-li oborem hodnot zobrazení f: M → N celá množina N, nazýváme f zobrazením na množinu N. => jinými slovy každý prvek z množiny N má svůj vzor nebo N = H(f)

Definice vzoru:

Je-li f zobrazením z množiny M do množiny N, nazveme vzorem prvku n ∈ N množinu f(-1)(n) všech těch prvků množiny M, že pro každé m ∈ f(-1)(n) je f(m) = n. Jinými slovy vzor prvku n, který je z množiny N, je množina všech prvků množiny M, pro které platí, že m je v množině inverzního zobrazení a zároveň je toto f(m) vždy n. Vzor nemusí být pouze jeden prvek, ale celá množina. V prvním příkladu by vzorem čísla 7 mohly být kombinace 6,1 nebo 5,2 nebo 3,4.

Definice prostého zobrazení:

Zobrazení f z množiny M do množiny N nazveme prostým, pokud pro každé dva různé prvky m1 a m2 z D(f) se f(m1) != f(m2). Jinými slovy, pokud pro jakékoli dva různé prvky z definičního oboru platí, že se jejich zobrazení nerovnají, jedná se o prosté zobrazení.

Příklad:

Zobrazení z příkladu o mužích a ženách je prosté, protože dva muži nemohou míz společnou manželku.

Inverzní zobrazení:

U prostého zobrazení je každému obrazu přiřazen nejvýše jeden prvek množiny vzorů. Proto je předpis, který takové přiřazení definuje (obraz → vzor), také zobrazením.

Definice inverzního zobrazení:

Je-li zobrazení f z množiny M do množiny N prosté, pak zobrazení, které každému prvku w ∈ W (f ) přiřazuje prvek m ∈ M, pro který w = f(m), nazveme zobrazením inverzním k f. Značíme ho symbolem f-1

Platí:

Je-li f: M → N , je f-1: N → M

D(f-1) = W(f) (W(f) je obor hodnot)

W(f-1) = D(f)

Definice složeného zobrazení:

Jsou-li g: K → M, f: M → N zobrazení, nazveme zobrazení h: K → N takové, že h(k) = f(g(k)), zobrazením složeným ze zobrazení g, f. Zapisujeme ho ve tvaru h = f(g) nebo h = f ◦ g.

Je možno složit libovolné množství zobrazení. Jako první vždy zapisujeme poslední zobrazení.

Definice identického zobrazení:

Zobrazení iM : M → M, které každému prvku m ∈ M přiřadí znovu tento prvek iM(m) = m se nazývá identické zobrazení na M.